

Série de révision sur les courbes et les surfaces

Exercice 1. Les équations paramétriques de la droite passant par le point $A(2, 3, 5)$ et perpendiculaire au plan d'équation cartésienne $3x - 2y + z + 5 = 0$ sont (où $k \in \mathbb{R}$)

☐ $\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = -2 - 3k \\ z = 1 + 5k \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 3 - 2k \\ z = 5 + k \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = -2 + k \\ z = 1 + 5k \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = 2 + -2k \\ y = 3 + k \\ z = 5 + 5k \end{cases}$

Exercice 2. Soient les vecteurs $\vec{a} = (5, 2, -3)$ et $\vec{b} = (2, -1, 6)$. Soit $\vec{c}$ un vecteur de l'espace tel que le produit mixte entre $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ est nul. Alors

☐ $\vec{c} = (4, 2, -3)$

☐ $\vec{c} = (9, 4, -1)$

☐ $\vec{c} = (-5, 0, 6)$

☐ $\vec{c} = (7, 1, 3)$

Exercice 3. Le vecteur tangent à la courbe $\gamma(t) = \left(\cos(t), \frac{t^3}{4}, e^{-t} \sin(t) \right)$ au point $P = (-1, -\frac{\pi^3}{4}, 0)$ est

☐ $(1, \frac{\pi^2}{4}, -e^\pi)$

☐ $(0, \frac{3\pi^2}{4}, -e^\pi)$

☐ $(0, \frac{3\pi^2}{4}, e^{-\pi})$

☐ $(-1, \frac{3\pi^2}{4}, 0)$

Exercice 4. La courbe $(2 \cos(t), -3, 2 \sin(t))$, avec $t \in \mathbb{R}$, se situe sur la surface S d'équation implicite

☐ $x^2 + y + z^2 = 1$

☐ $x^2 + y^2 = z^2$

☐ $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

☐ $x^2 - y^2 = z^2$

Exercice 5. La courbe $(x+3)^2 - \left(\frac{2(y-1)}{3}\right)^2 = 4$ admet comme paramétrisation

- ☐ $(\cosh(\theta) - 3, 3 \sinh(\theta) + 1)$, pour toute valeur de t réelle
- ☐ $(2 \cosh(\theta) - 3, 3 \sinh(\theta) + 1)$, pour toute valeur de t réelle
- ☐ $(2 \cos(\theta) - 3, 3 \sin(\theta) + 1)$, avec $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- ☐ $(\cos(\theta) - 3, 3 \sin(\theta) + 1)$ avec $0 \leq \theta \leq \pi$

Exercice 6. L'ellipse $\frac{x^2}{4} + (z-2)^2 = 3$ admet comme paramétrisation

- ☐ $(2\sqrt{3}\cos(\theta), 0, \sqrt{3}\sin(\theta) - 2)$, avec $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- ☐ $(2\cos(\theta), 0, \sin(\theta) - 2)$, avec $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- ☐ $(2\sqrt{3}\cos(\theta), 0, \sqrt{3}\sin(\theta) + 2)$, avec $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- ☐ $(2\cos(\theta), 0, \sin(\theta) + 2)$, avec $0 \leq \theta \leq \pi$

Exercice 7. La surface donnée par l'équation $x^2 + 9z^2 = y$ est

- ☐ un cylindre
- ☐ un paraboloïde de révolution
- ☐ un cône
- ☐ une sphère

Exercice 8. Le plan passant par les points $A = (2, 1, 0)$, $B = (1, 0, 1)$ et $C = (-1, -2, 0)$ a comme équation paramétrique

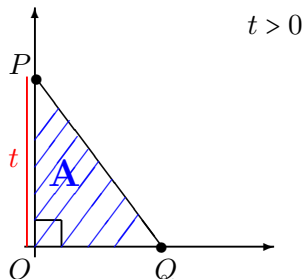
- ☐ $(-\alpha - 3\beta, -\alpha - \beta, \alpha)$, avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
- ☐ $(2 - 3\beta, 1, \alpha)$, avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
- ☐ $(2 - \alpha + 3\beta, 1 - \beta, 1 + \alpha)$, avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
- ☐ $(2 - \alpha - 3\beta, 1 - \alpha - 3\beta, \alpha)$, avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Exercice 9. La pente de la courbe paramétrique $(\alpha^2, \alpha + 1)$ au point $P = (9, -2)$ vaut

- ☐ -6
- ☐ $\frac{1}{3}$
- ☐ $-\frac{1}{6}$
- ☐ $\frac{3}{4}$

Exercice 10. On cherche à déterminer l'enveloppe de la famille des hypoténuses d'une famille de triangles rectangles ayant leurs cathètes sur les axes de coordonnées et avec une aire constante égale à A .

Représentation paramétrique:



Pour $t > 0$, une représentation paramétrique de l'enveloppe cherchée est donnée par:

☐ $x = \frac{A}{t} \quad y = \frac{t}{2A}$

☐ $x = -t^2 \quad y = -\frac{1}{2A} + t$

☐ $x = -\frac{A}{t} \quad y = -\frac{3}{2}t$

☐ $x = \frac{A}{t} \quad y = \frac{t}{2}$

[*Suggestion:* trouver d'abord les coordonnées des points P et Q et l'équation de chaque droite appartenant à cette famille qui passe par les points P et Q]

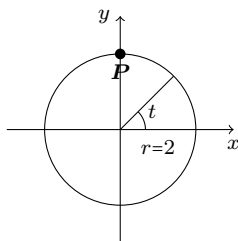
Exercice 11. On considère le cercle de centre $O = (0,0)$ et rayon 2, i.e. $x^2 + y^2 = 4$. En utilisant sa paramétrisation en fonction de l'angle t (donné en radians), la développante en $P = (0, 2)$ est la courbe $(x(t), y(t))$ définie par:

☐ $x(t) = 2 \cos(t) + \sin(t)2t, \quad y(t) = 2 \sin(t) - \cos(t)2t$

☐ $x(t) = 2 \cos(t) - \sin(t)2t, \quad y(t) = 2 \sin(t) + \cos(t)2t$

☐ $x(t) = 2 \cos(t) + \sin(t)(2t - \pi), \quad y(t) = 2 \sin(t) - \cos(t)(2t - \pi)$

☐ $x(t) = 2 \cos(t) - \sin(t)(2t - \pi), \quad y(t) = 2 \sin(t) + \cos(t)(2t - \pi)$



Exercice 12. La surface de révolution S obtenue en faisant tourner la courbe

$$\gamma(t) = (0, t^2, e^t \sinh(t))$$

autour de l'axe Oy admet comme paramétrisation

- ☐ $(0, 0, e^t \sinh(t))$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$
- ☐ $(e^t \sinh(t) \cos(\alpha), e^t \sinh(t) \sin(\alpha), t^2)$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$
- ☐ $(t^2 \sin(\alpha), t^2 \cos(\alpha), e^t \sinh(t))$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$
- ☐ $(e^t \sinh(t) \sin(\alpha), t^2, e^t \sinh(t) \cos(\alpha))$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$

Exercice 13. La surface de révolution S obtenue en faisant tourner la courbe

$$\gamma(t) = (e^t \sin(t), e^t \cos(t), t)$$

autour de l'axe Oz admet comme paramétrisation

- ☐ $(e^t \sqrt{1+e^{2t}} \cos(\alpha), e^t \sqrt{1+e^{2t}} \sin(\alpha), t)$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$
- ☐ $(e^t \cos(\alpha), e^t \sin(\alpha), t)$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$
- ☐ $(e^t \sin(t) \cos(\alpha), e^t \cos(t) \sin(\alpha), t)$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$
- ☐ $(e^t \sqrt{1+e^{2t}} \sin(t) \sin(\alpha), e^t \sqrt{1+e^{2t}} \cos(t) \cos(\alpha), t)$, avec $t \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \alpha \leq 2\pi$

Exercice 14. Le volume engendré par la surface de révolution S obtenue en faisant tourner la courbe $\gamma(t) = (\sqrt{3} \cos(t), 0, -\cos(t))$ autour de l'axe Oz , pour t allant de 0 à 2π vaut:

- | | |
|---|---------------------------------|
| ☐ $+\infty$ | ☐ 2π |
| ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2} \pi$ | ☐ 0 |

Exercice 15. Une paramétrisation de la surface réglée donnée par la famille de segments de droites entre le deux courbes paramétrées:

$$\alpha(t) = (2 \cos(t), t, 3 \sin(t)) \quad \beta(t) = (0, t, 0)$$

est:

- ☐ $(2 \cos(t)(1-s), 1-2st, 3 \sin(t)(1-s))$
- ☐ $(2 \cos(t)(1-s), t, 3 \sin(t)(1-s))$
- ☐ $(\cos(t)(1-s), (1-s)t, \sin(t)(1-s))$
- ☐ $(\cos(t)(1-s), s, 3 \sin(t)(1-s))$

Exercice 16. La courbe de Bézier quadratique ayant points de contrôle $p_0 = (0, 1)$, $p_1 = (2, 2)$ et $p_2 = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$ a comme expression:

- ☐ $\left(4t - \frac{7}{2}t^2, 1 + 2t + t^2\right)$
- ☐ $(t + t^2, 8t - 6t^2)$
- ☐ $\left(4t + \frac{9}{2}t^2, 1 - 6t - 7t^2\right)$
- ☐ $\left(-4t + \frac{7}{2}t^2, 1 + 2t + t^2\right)$

Exercice 17. L'aire latérale de la surface de révolution S obtenue en faisant tourner la courbe $\gamma(t) = \left(t, 0, \frac{3}{4}t + \frac{1}{2}\right)$ autour de l'axe Oz , pour t allant de $-\frac{2}{3}$ à 2 vaut:

- ☐ $+\infty$
- ☐ $\frac{40}{9}\pi$
- ☐ $\frac{520}{81}\pi$
- ☐ 0